

УДК 621.313.1

Б. Гладько, канд. техн. наук

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ РОЗГОНУ МАШИН, ОБЛАДНАНИХ ДВИГУНАМИ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ НЕЗАЛЕЖНОГО ЗБУДЖЕННЯ

Резюме. Визначено динамічні навантаження, що виникають при розгоні машин, обладнаних електричним двигуном постійного струму незалежного збудження, представлених у вигляді зосереджених мас, з'єднаних пружною вагомою ланкою сталої жорсткості. Враховано рівняння електрорушійної сили струму якоря. Хвильове рівняння, що описує коливання елементарної ділянки стержня, розв'язано методом рядів Фур'є.

Ключові слова: електропривод, динаміка, хвильове рівняння, двигун постійного струму.

B. Glado

RESEARCH ACCELERATION MACHINES WITH DIRECT CURRENT MOTORS EQUIPPED SEPARATELY EXCITED

The summary. Defined dynamic loads from runaway vehicles equipped with electric motor separately excited direct current, represented as concentrated masses connected by elastic stiffness constant significant element. Electromotive force equation is taken into account current anchor. Wave equation that describes the basic areas of oscillation of the bar, is solved by Fourier series.

Key words: electric actuator, dynamics, wave equation, direct current motor.

Постановка проблеми. Вплив електромеханічних параметрів привода на динаміку пружних систем вивчено недостатньо. У ряді праць механічну систему представляють у вигляді зосереджених мас, з'єднаних невагомими пружними ланками постійної жорсткості. Рух приводної маси описують двома рівняннями, що відображають вплив механічних і електричних параметрів у колах ротора і збудження. У цьому випадку виникає необхідність розв'язку рівнянь високих порядків, які вимагають застосування числових методів, що не дає змоги зробити певні висновки про вплив електричних параметрів на динаміку пружної системи.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дослідження динаміки машин, зображених у вигляді зосереджених мас, з'єднаних пружними невагомими ланками, проведено досить повно з урахуванням лише статичних механічних характеристик електричних двигунів. Ці питання опубліковані у роботах Кожевнікова С.М., Комарова М.С., Столярчука В.П., Харченка Є.В., Колесника К.К. [1-3] та інших.

Мета роботи. Визначення динамічних навантажень у пружному вагомому валу, що виникають при розгоні машини, обладнаної електричним двигуном постійного струму незалежного збудження. При цьому слід враховувати рівняння електрорушійної сили у колі якоря.

Методика дослідження. У роботі запропоновано розглянути механічну систему у вигляді зосереджених мас, з'єднаних пружним вагомим стержнем сталої жорсткості, а розв'язок хвильового рівняння, що описує рух елементарної ділянки стержня, виконати методом Фур'є. За такої постановки отримаємо результуюче рівняння третього порядку, яке можливо розв'язати в загальному вигляді. Певне ускладнення розв'язку за рахунок уведення рядів компенсується тим, що для звичайних машин, пружний

елемент яких відносно малий у порівнянні із зосередженими масами та достатньою для практики точністю досить брати до уваги лише перший член розкладу у ряд.

Зобразимо машину у вигляді двох мас, що мають відповідно моменти інерції J_1 і J_2 (рис. 1). Маса з'єднані пружною ланкою довжиною l з моментом інерції одиниці довжини ρ . Рух елементарної ділянки стержня описуємо хвильовим рівнянням

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} = 0, \quad (1)$$

де u – кут повороту стержня у перерізі з координатою s ; $a = \sqrt{\frac{c}{\rho}}$ – швидкість поширення пружної хвилі; c – крутильна жорсткість стержня.

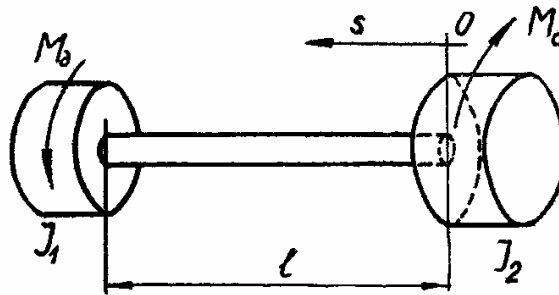


Рисунок 1. Розрахункова схема машини

Розв'язок рівняння (1) за методом Фур'є знаходимо у вигляді суми нескінченного ряду [1, §5]

$$u(s, t) = q_0(t) + \sum_{n=1}^{\infty} q_n(t) S_n(s), \quad (2)$$

де $q_0(t)$ – переміщення системи як абсолютно твердого тіла; $q_n(t)$ – відносні переміщення перерізів стержня, зумовлені його пружністю; $S_n(s)$ – власні функції задачі

$$S_n(s) = \cos \frac{\beta_n}{l} s - \alpha_2 \beta_n \sin \frac{\beta_n}{l} s; \quad (3)$$

β_n – власні числа задачі, які визначаємо з трансцендентного рівняння

$$\operatorname{tg} \beta_n = \frac{(\alpha_1 + \alpha_2) \beta_n}{\alpha_1 \alpha_2 \beta_n^2 - 1}; \quad \alpha_1 = \frac{J_1}{\rho l}; \quad \alpha_2 = \frac{J_2}{\rho l}. \quad (4)$$

Після відповідних перетворень рівняння для визначення $q_n(t)$ набуде вигляду

$$\ddot{q}_n(t) + \nu_n^2 q_n(t) = \frac{\nu_n^2 Q_n}{c W_n}, \quad (5)$$

де Q_n – узагальнений момент, що діє на масу J_1 ;

$$\nu_n = \frac{a \beta_n}{l}; \quad W_n = \int_0^l \dot{S}_n^2(s) ds. \quad (6)$$

Для двигунів постійного струму незалежного збудження рівняння електрорушійної сили у колі якоря записуємо, при певних припущеннях, у вигляді

$$U = E + IR + L \frac{dI}{dt}, \quad (7)$$

де U – напруга в мережі; E – е.р.с., що індукується в колі якоря електродвигуна; I – струм якоря; L – індуктивність обмотки якоря; R – опір якоря та елементів зовнішнього кола.

Рівняння (7) передбачає постійність магнітного потоку, що дозволяє прийняти припущення $E = k_e \dot{q}_0(t)$ і $M = k_M I$, де k_e і k_M – коефіцієнти пропорційності між механічними та електромагнітними величинами; M – обертовий момент, що розвиває двигун.

Після перетворення та підстановки отримуємо дві системи рівнянь, необхідних для визначення $\dot{q}_0(t)$ і $q_n(t)$:

$$\left. \begin{aligned} J\ddot{q}_0(t) &= k_M I - M_c \\ k_e \dot{q}_0(t) + IR + L \frac{dI}{dt} & \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \ddot{q}_n(t) + \nu_n^2 q_n(t) &= \frac{\nu_n^2 (k_M I - M_c) S_n(l)}{cW_n} \\ k_e [\dot{q}_0(t) + \dot{q}_n(t) S_n(l)] + IR + L \frac{dI}{dt} &= U \end{aligned} \right\}, \quad (9)$$

де $J = J_1 + J_2 + \rho l$; M_c – статичний момент опору.

Очевидно, що система (8) визначає швидкість обертання системи як абсолютно твердого тіла. Знайдене значення швидкості підставляємо у систему (9), аби знайти $q_n(t)$.

Визначаючи I з першого рівняння системи (8) і підставляючи його у друге рівняння тієї ж системи, отримуємо

$$\ddot{q}_0(t) + \frac{R}{L} \dot{q}_0(t) + \frac{k_e k_M}{LJ} q_0(t) = \frac{U k_M - M_c R}{LJ}. \quad (10)$$

Для машин, що використовуються в техніці, характеристичне рівняння, побудоване на основі (10), дає від'ємні дійсні корені r_1 і r_2 , які зумовлюють аперіодичний загасаючий процес.

Під час розв'язування (10) прийемо початкові умови, що відповідають обладнанню двигуна реостатом зі щаблем попереднього передпускового навантаження (рис. 2), максимальний момент якого дещо більший від M_c . У цьому випадку при $t = 0$, $\dot{q}_0(0) = \omega_0$, $\ddot{q}_0(0) = 0$.

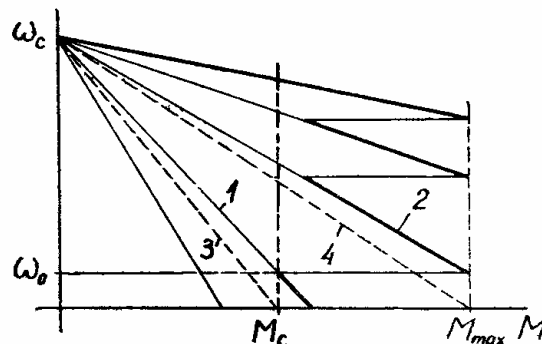


Рисунок 2. Механічні характеристики електричного двигуна

У результаті отримуємо розв'язок у вигляді

$$q_0(t) = C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t} + C_3, \quad (11)$$

де
$$C_1 = -\frac{[k_M(\omega_0 k_e - U) + M_c R] r_2}{k_e k_M (r_1 - r_2)}, \quad C_2 = -\frac{C_1 r_1}{r_2}, \quad C_3 = \frac{U k_M - M_c R}{k_e k_M}. \quad (12)$$

Розв'язок системи (9) виконуємо аналогічно розв'язку системи (8). Після перетворень отримуємо рівняння третього порядку

$$\begin{aligned} \ddot{q}_n(t) + \frac{R}{L} \dot{q}_n(t) + \nu_n^2 \left(1 + \frac{k_e k_M S_n^2(l)}{L c W_n} \right) \dot{q}_n(t) + \frac{R \nu_n^2}{L} q_n(t) = \\ = -\frac{k_e k_M S_n(l) \nu_n^2}{L c W_n} \dot{q}_n(t) + \frac{S_n(l) \nu_n^2}{L c W_n} (U k_M - M_c R) \end{aligned} \quad (13)$$

де $\dot{q}_0(t)$ визначаємо за формулою (11).

Виконані розрахунки для типових варіантів механічних систем показали, що характеристичне рівняння, складене для лівої частини рівняння (13), має один дійсний від'ємний корінь r_{3n} і два комплексні спряжені корені $r_{4n} \pm \gamma_n i$. Загальний розв'язок рівняння (13) матиме вигляд

$$q_n(t) = A_{1n} e^{r_{3n} t} + e^{r_{4n} t} (A_{2n} \cos \gamma_n t + A_{3n} \sin \gamma_n t) + A_{4n} e^{r_1 t} + A_{5n} e^{r_2 t} + A_{6n}, \quad \text{де} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} A_{4n} &= \frac{\nu_n^2 r_2 [k_M(\omega_0 k_e - U) + M_c R] S_n(l)}{(r_1 - r_2) \{ c W_n [L r_1^3 + R(r_1^2 + \nu_n^2)] + \nu_n^2 r_1 [L c W_n + k_e k_M S_n^2(l)] \}}; \\ A_{5n} &= -\frac{\nu_n^2 r_1 [k_M(\omega_0 k_e - U) + M_c R] S_n(l)}{(r_1 - r_2) \{ c W_n [L r_2^3 + R(r_2^2 + \nu_n^2)] + \nu_n^2 r_2 [L c W_n + k_e k_M S_n^2(l)] \}}; \\ A_{6n} &= 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Останній коефіцієнт дорівнює нулю, тому що відлік деформації пружної ланки проводиться без урахування статичного моменту.

Для обчислення коефіцієнтів A_{1n} , A_{2n} і A_{3n} визначимо початкові умови руху $q_n(0) = 0$, $\dot{q}_n(0) = 0$, $\ddot{q}_n(0) = 0$. В результаті отримаємо

$$\begin{aligned} A_{2n} &= \frac{2 A_{4n} r_{4n} (r_{3n} - r_1) + 2 A_{5n} r_{4n} (r_{3n} - r_2) - A_{4n} (r_{3n}^2 - r_1^2) - A_{5n} (r_{3n}^2 - r_2^2)}{(r_{3n} - r_{4n})^2 + \gamma_n^2}; \\ A_{1n} &= -A_{2n} - A_{4n} - A_{5n}; \\ A_{3n} &= -\frac{A_{1n} r_{3n} + A_{2n} r_{4n} + A_{4n} r_1 + A_{5n} r_2}{\gamma_n}. \end{aligned} \quad (16)$$

Динамічне навантаження, що виникає у пружній ланці, визначаємо за формулою

$$M_\partial(s, t) = c \frac{\partial u(s, t)}{\partial s} = c \sum_{n=1}^{\infty} q_n(t) S'_n(s). \quad (17)$$

Максимум динамічного навантаження слід очікувати при $s = l$. Час t_m , коли навантаження набере максимального значення в цьому перерізі, наближено можна визначити з аналізу першого члена ряду за його гармонічними складовими, тобто періодичними функціями, що записані у дужках виразу (14):

$$t_m \approx \frac{1}{\gamma_1} \arccos \frac{A_{21}}{\sqrt{A_{21}^2 + A_{31}^2}}. \quad (18)$$

Таким чином, прийнявши до уваги лише перший член розкладу у ряд, отримаємо наближене значення максимального динамічного моменту у найбільш навантаженому перерізі пружного вагового вала

$$M_{\delta}^{\max} = c \left(A_{11} e^{r_{31} t_m} + e^{r_{41} t_m} \sqrt{A_{21}^2 + A_{31}^2} + A_{41} e^{r_{11} t_m} + A_{51} e^{r_{21} t_m} \right) S_1'(l). \quad (19)$$

Результати дослідження та їх обговорення. Розглянемо двомасову систему, що являє собою механізм переміщення крана, двигун якого обладнаний передпусковим щаблем 3 (рис. 2). Максимальний момент його дорівнює статичному моменту M_c . Таким чином, аналітичний розв'язок залишається справедливим і у випадку, коли $\omega_0 = 0$. Рух системи починається після включення характеристики 4. Дані електродвигуна МП-42: $N_n = 16$ кВт; $n_n = 700$ об/хв; $U_n = 220$ В; $I_n = 84$ А; $R = 1,1$ Ом; $E_n = 211,4$ В; $k_e = 2,88$ В сек; $k_M = 2,66$ Нм/А; $L = 0,0107$ Гн. Дані механізму переміщення: $M_c = 310$ Нм; $J_1 = 1,35$ кг м; $J_2 = 47$ кг м; $l = 8,85$ м.

Після розв'язку рівняння маємо $M_{\delta \max} = 374$ Нм, що складає 120% від M_c . Другий член ряду складає всього 0,12 % відносно першого і ним можна знехтувати, що свідчить про адекватність підходу та отриманого розв'язку для визначення максимальних динамічних навантажень у розглянутих системах.

Висновки. Загальне навантаження на пружний вал складається із суми статичного і динамічного моментів. Аналіз числових розрахунків показує, що при пуску машинного агрегату динамічний момент може значно перевищувати статичний (у 1,5–2 рази), а сумарне навантаження сягати майже трикратного перевищення розрахункового статичного моменту.

Література

1. Столярчук В.Ф. Динаміка вертикального підйому / В.Ф. Столярчук. – Львов, 1965. – 152 с.
2. Гладько Б.М. Динаміка запуску машин при наявності передзапускових щаблів / Б.М. Гладько // Вісник ТДТУ. – 1999. – Том. 4, №2. – 15–19.
3. Харченко Є.В. Розрахунок динамічних процесів в електромеханічній привідній системі з пружною муфтою / Є.В. Харченко, К.К. Колесник // Науковий вісник. – Вип. 11.1. – Львів: видавництво ЛДТУ, 2001. – С. 124–129.

Отримано 7.11.2010